

Стивен С. Скиена

# Алгоритмы

## Руководство по разработке

2-е издание

Санкт-Петербург  
«БХВ-Петербург»  
2011

УДК 681.3.06  
ББК 32.973.26-018.2  
С42

**Скиена С.**

С42 Алгоритмы. Руководство по разработке. — 2-е изд.: Пер. с англ. — СПб.: БХВ-Петербург, 2011. — 720 с.: ил.  
ISBN 978-5-9775-0560-4

Книга является наиболее полным руководством по разработке эффективных алгоритмов. Первая часть книги содержит практические рекомендации по разработке алгоритмов: приводятся основные понятия, дается анализ алгоритмов, рассматриваются типы структур данных, основные алгоритмы сортировки, операции обхода графов и алгоритмы для работы со взвешенными графами, примеры использования комбинаторного поиска, эвристических методов и динамического программирования. Вторая часть книги содержит обширный список литературы и каталог из 75 наиболее распространенных алгоритмических задач, для которых перечислены существующие программные реализации. Приведены многочисленные примеры задач.

Книгу можно использовать в качестве справочника по алгоритмам для программистов, исследователей и в качестве учебного пособия для студентов соответствующих специальностей.

*Для программистов, исследователей и студентов*

УДК 681.3.06  
ББК 32.973.26-018.2

Translation from the English language edition: "The Algorithm Design Manual" by Steven S. Skiena; ISBN 978-1-84800-069-8. Copyright © 2008 Springer, The Netherlands as a part of Springer Science+Business Media. All rights reserved. Russian edition copyright © 2011 year by BHV – St.Petersburg. All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage retrieval system, without permission from the Publisher.

Перевод английской редакции книги The Algorithm Design Manual, Steven S. Skiena; ISBN 978-1-84800-069-8. Copyright © 2008 Springer, The Netherlands as a part of Springer Science+Business Media. Все права защищены. Русская редакция издания выпущена издательством "БХВ-Петербург" в 2011 году. Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, если на то нет письменного разрешения издательства.

ISBN 978-1-84800-069-8 (англ.)  
ISBN 978-5-9775-0560-4 (рус.)

© 2008 Springer, The Netherlands as a part of Springer Science+Business Media  
© Перевод на русский язык "БХВ-Петербург", 2011

# Оглавление

<b>Предисловие</b> .....	<b>13</b>
Читателю.....	13
Преподавателю.....	15
Благодарности.....	16
Ограничение ответственности.....	17
<b>ЧАСТЬ I. ПРАКТИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ</b> .....	<b>19</b>
<b>Глава 1. Введение в разработку алгоритмов</b> .....	<b>21</b>
1.1. Оптимизация маршрута работа.....	22
1.2. Задача календарного планирования.....	26
1.3. Обоснование правильности алгоритмов.....	29
1.3.1. Представление алгоритмов.....	30
1.3.2. Задачи и свойства.....	31
1.3.3. Демонстрация неправильности алгоритма.....	32
1.3.4. Индукция и рекурсия.....	33
1.3.5. Суммирование.....	35
1.4. Моделирование задачи.....	37
1.4.1. Комбинаторные объекты.....	37
1.4.2. Рекурсивные объекты.....	39
1.5. Истории из жизни.....	40
1.6. История из жизни. Моделирование проблемы ясновидения.....	41
1.7. Упражнения.....	45
<b>Глава 2. Анализ алгоритмов</b> .....	<b>49</b>
2.1. Модель вычислений RAM.....	49
2.1.1. Анализ сложности наилучшего, наихудшего и среднего случая.....	50
2.2. Асимптотические обозначения.....	52
2.3. Скорость роста и отношения доминирования.....	55
2.3.1. Отношения доминирования.....	56
2.4. Работа с асимптотическими обозначениями.....	58
2.4.1. Сложение функций.....	58
2.4.2. Умножение функций.....	58
2.5. Оценка эффективности.....	59
2.5.1. Сортировка методом выбора.....	59
2.5.2. Сортировка вставками.....	60
2.5.3. Сравнение строк.....	61
2.5.4. Умножение матриц.....	63

2.6. Логарифмы и их применение.....	64
2.6.1. Логарифмы и двоичный поиск.....	64
2.6.2. Логарифмы и деревья.....	64
2.6.3. Логарифмы и биты.....	65
2.6.4. Логарифмы и умножение.....	65
2.6.5. Быстрое возведение в степень.....	66
2.6.6. Логарифмы и сложение.....	66
2.6.7. Логарифмы и система уголовного судопроизводства.....	67
2.7. Свойства логарифмов.....	68
2.8. История из жизни. Загадка пирамид.....	69
2.9. Анализ высшего уровня (*).....	72
2.9.1. Малораспространенные функции.....	73
2.9.2. Пределы и отношения доминирования.....	74
2.10. Упражнения.....	75
<b>Глава 3. Структуры данных.....</b>	<b>84</b>
3.1. Смежные и связанные структуры данных.....	84
3.1.1. Массивы.....	85
3.1.2. Указатели и связанные структуры данных.....	86
3.1.3. Сравнение.....	89
3.2. Стеки и очереди.....	90
3.3. Словари.....	91
3.4. Двоичные деревья поиска.....	95
3.4.1. Реализация двоичных деревьев.....	96
3.4.2. Эффективность двоичных деревьев поиска.....	100
3.4.3. Сбалансированные деревья поиска.....	101
3.5. Очереди с приоритетами.....	102
3.6. История из жизни. Триангуляция.....	104
3.7. Хэширование и строки.....	107
3.7.1. Коллизии.....	108
3.7.2. Эффективный метод поиска строк посредством хэширования.....	110
3.7.3. Выявление дубликатов с помощью хэширования.....	112
3.8. Специализированные структуры данных.....	113
3.9. История из жизни. Геном человека.....	114
3.10. Упражнения.....	118
<b>Глава 4. Сортировка и поиск.....</b>	<b>123</b>
4.1. Применение сортировки.....	123
4.2. Практические аспекты сортировки.....	126
4.3. Пирамидальная сортировка.....	128
4.3.1. Пирамиды.....	129
4.3.2. Создание пирамиды.....	132
4.3.3. Наименьший элемент пирамиды.....	133
4.3.4. Быстрый способ создания пирамиды (*).....	135
4.3.5. Сортировка вставками.....	137
4.4. История из жизни. Билет на самолет.....	138
4.5. Сортировка слиянием. Метод "разделяй и властвуй".....	141
4.6. Быстрая сортировка. Рандомизированная версия.....	143
4.6.1. Ожидаемое время исполнения алгоритма быстрой сортировки.....	146

---

4.6.2. Рандомизированные алгоритмы.....	147
4.6.3. Действительно ли алгоритм быстрой сортировки работает быстро? .....	150
4.7. Сортировка распределением. Метод блочной сортировки .....	150
4.7.1. Нижние пределы для сортировки.....	151
4.8. История из жизни. Адвокат Скиена .....	152
4.9. Двоичный поиск и связанные с ним алгоритмы .....	154
4.9.1. Частота вхождения элемента.....	155
4.9.2. Односторонний двоичный поиск .....	155
4.9.3. Корни числа .....	156
4.10. Метод "разделяй и властвуй" .....	156
4.10.1. Рекуррентные соотношения .....	157
4.10.2. Рекуррентные соотношения метода "разделяй и властвуй" .....	158
4.10.3. Решение рекуррентных соотношений типа "разделяй и властвуй" (*).....	159
4.11. Упражнения.....	161
<b>Глава 5. Обход графов.....</b>	<b>168</b>
5.1. Разновидности графов .....	169
5.1.1. Граф дружеских отношений .....	172
5.2. Структуры данных для графов.....	174
5.3. История из жизни. Жертва закона Мура.....	178
5.4. История из жизни. Создание графа .....	181
5.5. Обход графа.....	184
5.6. Обход в ширину .....	185
5.6.1. Применение обхода.....	187
5.6.2. Поиск путей .....	188
5.7. Применение обхода в ширину .....	189
5.7.1. Компоненты связности .....	189
5.7.2. Раскраска графов двумя цветами .....	191
5.8. Обход в глубину.....	192
5.9. Применение обхода в глубину .....	195
5.9.1. Поиск циклов .....	196
5.9.2. Шарниры графа .....	196
5.10. Обход в глубину ориентированных графов.....	200
5.10.1. Топологическая сортировка .....	202
5.10.2. Сильно связанные компоненты.....	203
5.11. Упражнения.....	207
<b>Глава 6. Алгоритмы для работы со взвешенными графами .....</b>	<b>213</b>
6.1. Минимальные остовные деревья.....	214
6.1.1. Алгоритм Прима.....	215
6.1.2. Алгоритм Крускала .....	218
6.1.3. Поиск-объединение .....	220
6.1.4. Разновидности остовных деревьев .....	223
6.2. История из жизни. И все на свете только сети.....	224
6.3. Поиск кратчайшего пути .....	227
6.3.1. Алгоритм Дейкстры .....	228
6.3.2. Кратчайшие пути между всеми парами вершин .....	231
6.3.3. Транзитивное замыкание.....	233

6.4. История из жизни. Печатаем с помощью номеронабирателя .....	234
6.5. Потоки в сетях и паросочетание в двудольных графах .....	239
6.5.1. Паросочетание в двудольном графе .....	239
6.5.2. Вычисление потоков в сети .....	240
6.6. Разрабатывайте не алгоритмы, а графы .....	244
6.7. Упражнения .....	246
<b>Глава 7. Комбинаторный поиск и эвристические методы .....</b>	<b>251</b>
7.1. Перебор с возвратом .....	251
7.1.1. Генерирование всех подмножеств .....	254
7.1.2. Генерирование всех перестановок .....	255
7.1.3. Генерирование всех путей в графе .....	256
7.2. Отсечение вариантов поиска .....	258
7.3. Судoku .....	259
7.4. История из жизни. Покрытие шахматной доски .....	264
7.5. Эвристические методы перебора .....	267
7.5.1. Произвольная выборка .....	268
7.5.2. Локальный поиск .....	271
7.5.3. Имитация отжига .....	274
7.5.4. Применение метода имитации отжига .....	278
7.6. История из жизни. Только это не радио .....	280
7.7. История из жизни. Отжиг массивов .....	283
7.8. Другие эвристические методы поиска .....	286
7.9. Параллельные алгоритмы .....	287
7.10. История из жизни. "Торопиться в никуда" .....	289
7.11. Упражнения .....	290
<b>Глава 8. Динамическое программирование .....</b>	<b>293</b>
8.1. Кэширование и вычисления .....	294
8.1.1. Генерирование чисел Фибоначчи методом рекурсии .....	294
8.1.2. Генерирование чисел Фибоначчи посредством кэширования .....	295
8.1.3. Генерирование чисел Фибоначчи посредством динамического программирования .....	297
8.1.4. Биномиальные коэффициенты .....	298
8.2. Поиск приблизительно совпадающих строк .....	300
8.2.1. Применение рекурсии для вычисления расстояния редактирования .....	301
8.2.2. Применение динамического программирования для вычисления расстояния редактирования .....	302
8.2.3. Восстановление пути .....	304
8.2.4. Разновидности расстояния редактирования .....	306
8.3. Самая длинная возрастающая последовательность .....	310
8.4. История из жизни. Эволюция омара .....	312
8.5. Задача разбиения .....	315
8.6. Синтаксический разбор .....	318
8.6.1. Триангуляция с минимальным весом .....	320
8.7. Ограничения динамического программирования. Задача коммивояжера .....	322
8.7.1. Вопрос правильности алгоритмов динамического программирования .....	323
8.7.2. Эффективность алгоритмов динамического программирования .....	324
8.8. История из жизни. Динамическое программирование и язык Prolog .....	325

8.9. История из жизни. Сжатие текста для штрих-кодов.....	328
8.10. Упражнения.....	332
<b>Глава 9. Труднорешаемые задачи и аппроксимирующие алгоритмы.....</b>	<b>338</b>
9.1. Сведение задач.....	338
9.1.1. Ключевая идея.....	339
9.1.2. Задачи разрешимости.....	340
9.2. Сведение для создания новых алгоритмов.....	341
9.2.1. Поиск ближайшей пары.....	341
9.2.2. Максимальная возрастающая подпоследовательность.....	342
9.2.3. Наименьшее общее кратное.....	343
9.2.4. Выпуклая оболочка (*)......	344
9.3. Простые примеры сведения сложных задач.....	345
9.3.1. Гамильтонов цикл.....	345
9.3.2. Независимое множество и вершинное покрытие.....	347
9.3.3. Задача о клике.....	350
9.4. Задача выполнимости булевых формул.....	351
9.4.1. Задача выполнимости в 3-конъюнктивной нормальной форме.....	352
9.5. Нестандартные сведения.....	353
9.5.1. Целочисленное программирование.....	354
9.5.2. Вершинное покрытие.....	356
9.6. Искусство доказательства сложности.....	358
9.7. История из жизни. Наперегонки со временем.....	360
9.8. История из жизни. Полный провал.....	362
9.9. Сравнение классов сложности P и NP.....	364
9.9.1. Верификация решения и поиск решения.....	365
9.9.2. Классы сложности P и NP.....	365
9.9.3. Почему задача выполнимости является самой сложной из всех сложных задач?.....	366
9.9.4. NP-сложность по сравнению с NP-полнотой.....	367
9.10. Решение NP-полных задач.....	367
9.10.1. Аппроксимация вершинного покрытия.....	368
9.10.2. Задача коммивояжера в евклидовом пространстве.....	370
9.10.3. Максимальный бесконтурный подграф.....	371
9.10.4. Задача о покрытии множества.....	372
9.11. Упражнения.....	375
<b>Глава 10. Как разрабатывать алгоритмы.....</b>	<b>380</b>
<b>ЧАСТЬ II. КАТАЛОГ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ.....</b>	<b>385</b>
<b>Глава 11. Описание каталога.....</b>	<b>387</b>
<b>Глава 12. Структуры данных.....</b>	<b>389</b>
12.1. Словарь.....	389
12.2. Очереди с приоритетами.....	395
12.3. Суффиксные деревья и массивы.....	398
12.4. Графы.....	402
12.5. Множества.....	406
12.6. Kd-деревья.....	410

<b>Глава 13. Численные задачи.....</b>	<b>415</b>
13.1. Решение системы линейных уравнений.....	416
13.2. Уменьшение ширины ленты матрицы.....	419
13.3. Умножение матриц.....	422
13.4. Определители и перманенты.....	425
13.5. Условная и безусловная оптимизация.....	427
13.6. Линейное программирование.....	431
13.7. Генерирование случайных чисел.....	435
13.8. Разложение на множители и проверка чисел на простоту.....	440
13.9. Арифметика произвольной точности.....	443
13.10. Задача о рюкзаке.....	448
13.11. Дискретное преобразование Фурье.....	451
<b>Глава 14. Комбинаторные задачи.....</b>	<b>455</b>
14.1. Сортировка.....	456
14.2. Поиск.....	461
14.3. Поиск медианы и выбор элементов.....	465
14.4. Генерирование перестановок.....	468
14.5. Генерирование подмножеств.....	472
14.6. Генерирование разбиений.....	475
14.7. Генерирование графов.....	479
14.8. Календарные вычисления.....	484
14.9. Календарное планирование.....	486
14.10. Выполнимость.....	489
<b>Глава 15. Задачи на графах с полиномиальным временем исполнения.....</b>	<b>493</b>
15.1. Компоненты связности.....	494
15.2. Топологическая сортировка.....	497
15.3. Минимальные остовные деревья.....	500
15.4. Поиск кратчайшего пути.....	505
15.5. Транзитивное замыкание и транзитивная редукция.....	511
15.6. Паросочетание.....	514
15.7. Задача поиска эйлерова цикла и задача китайского почтальона.....	517
15.8. Реберная и вершинная связность.....	521
15.9. Потoki в сети.....	524
15.10. Рисование графов.....	528
15.11. Рисование деревьев.....	531
15.12. Планарность.....	534
<b>Глава 16. Сложные задачи на графах.....</b>	<b>538</b>
16.1. Задача о клике.....	539
16.2. Независимое множество.....	542
16.3. Вершинное покрытие.....	544
16.4. Задача коммивояжера.....	547
16.5. Гамильтонов цикл.....	551
16.6. Разбиение графов.....	554
16.7. Вершинная раскраска.....	557
16.8. Реберная раскраска.....	561
16.9. Изоморфизм графов.....	563



---

16.10. Дерево Штейнера .....	568
16.11. Разрывающее множество ребер или вершин .....	572
<b>Глава 17. Вычислительная геометрия .....</b>	<b>576</b>
17.1. Элементарные задачи вычислительной геометрии .....	577
17.2. Выпуклая оболочка .....	581
17.3. Триангуляция .....	585
17.4. Диаграммы Вороного .....	589
17.5. Поиск ближайшей точки .....	592
17.6. Поиск в области .....	596
17.7. Местоположение точки .....	599
17.8. Выявление пересечений .....	603
17.9. Разложение по контейнерам .....	607
17.10. Преобразование к срединной оси .....	610
17.11. Разбиение многоугольника на части .....	613
17.12. Упрощение многоугольников .....	615
17.13. Выявление сходства фигур .....	619
17.14. Планирование перемещений .....	621
17.15. Конфигурации прямых .....	625
17.16. Сумма Минковского .....	628
<b>Глава 18. Множества и строки .....</b>	<b>631</b>
18.1. Поиск покрытия множества .....	631
18.2. Задача укладки множества .....	635
18.3. Сравнение строк .....	638
18.4. Нечеткое сравнение строк .....	641
18.5. Сжатие текста .....	647
18.6. Криптография .....	651
18.7. Минимизация конечного автомата .....	656
18.8. Максимальная общая подстрока .....	659
18.9. Поиск минимальной общей надстроки .....	663
<b>Глава 19. Ресурсы .....</b>	<b>666</b>
19.1. Программные системы .....	666
19.1.1. Библиотека LEDA .....	666
19.1.2. Библиотека CGAL .....	667
19.1.3. Библиотека Boost .....	668
19.1.4. Библиотека GOBLIN .....	668
19.1.5. Библиотека Netlib .....	668
19.1.6. Коллекция алгоритмов ассоциации ACM .....	669
19.1.7. Сайты SourceForge и CPAN .....	669
19.1.8. Система Stanford GraphBase .....	669
19.1.9. Пакет Combinatorica .....	670
19.1.10. Программы из книг .....	670
19.2. Источники данных .....	672
19.3. Библиографические ресурсы .....	673
19.4. Профессиональные консалтинговые услуги .....	673
<b>Список литературы .....</b>	<b>675</b>
<b>Предметный указатель .....</b>	<b>713</b>